



Как ничто стало числом

*Откуда взялись цифры, почему их именно десять и зачем
людям понадобился ноль*



Математика · 8–12 лет · 10 минут

Римлянам, чтобы умножить 47 на 23, приходилось звать специалиста со счётной доской. Нам хватает столбика в тетради. Всё изменила позиционная запись — и самая трудная из десяти цифр, ноль.

Один, два, много

Начнём с простого вопроса: а что такое «семь»?

Не семь яблок и не семь кошек, а само по себе семь. Ты не можешь его потрогать, понюхать и положить в карман. И тем не менее ты им пользуешься каждый день.

Так было не всегда. Придумать число отдельно от предметов — очень непростой шаг, и человечество шло к нему долго.

Самый древний способ — зарубки. На волчьей кости из Чехии кто-то около тридцати тысяч лет назад сделал 55 насечек группами по пять. Что считали — добычу, дни, людей, — мы не узнаем. Но группировка по пять уже идея: считать не по одному, а порциями.

Почему цифр именно десять

Посмотри на свои руки.

Десятичная система победила не потому, что десятка чем-то особенно хороша, а потому, что у нас десять пальцев. Там, где считали иначе, получались другие системы:

- **Двадцатеричная** — считали пальцы рук и ног. Следы остались во французском: 80 по-французски — «четырежды двадцать».
- **Двенадцатеричная** — большим пальцем считали фаланги остальных четырёх пальцев одной руки: их ровно 12. Поэтому дюжина, 12 месяцев, 24 часа.
- **Шестидесятеричная** — у вавилонян. Скорее всего, 12 фаланг на одной руке умножали на 5 пальцев другой. Именно от них у нас 60 минут в часе, 60 секунд в минуте и 360 градусов в круге. Этой системе четыре тысячи лет, и ты пользуешься ею каждый раз, когда смотришь на часы.

Так что десять — просто анатомическая случайность. Компьютеры, у которых пальцев нет, прекрасно обходятся двумя цифрами.

Цифра и число

Их часто путают. **Число** — это сколько чего-то есть. **Цифра** — значок, которым число записывают. Число «двенадцать» одно, а записать его можно по-разному: 12, XII, двенадцатью палочками или значками из арабского письма. Цифр у нас десять, а чисел — бесконечно много.

Чем плохи римские цифры

Римские цифры выглядят солидно: MCMLXXXIV. Читаются они, если привыкнуть, нормально. А вот считать ими — мучение.



С римскими цифрами считали не на бумаге, а на счётной доске с камешками

Попробуй умножить XLVII на XXIII столбиком. Не получится: столбик для римских цифр не работает в принципе.

Дело в том, что в этой системе значок означает всегда одно и то же: X — это десять и в начале, и в конце записи. Такая система называется

непозиционной. Она отлично годится, чтобы записать результат, — и совершенно не годится, чтобы вычислять.

Поэтому римляне считали не на письме, а на **абаке** — доске с желобками, куда клали камешки. Камешки в первом желобке — единицы, во втором — десятки, и так далее. Латинское слово *calculus* означало как раз «камешек»; отсюда наши «калькулятор» и «вычисление».

Любопытно: сам абак был устроен позиционно. Люди тысячи лет двигали камешки по разрядам, но в записи разряды не отражали.

Считать умели единицы

В Европе до XV века арифметика считалась редким умением. Существует байка про купца, которому советовали отправить сына учиться умножению и делению не в местный университет, а специально в Италию, потому что только там этому учили как следует. Байка это или нет — точно известно, что счётчик-профессионал был отдельной уважаемой профессией, а не просто человеком, окончившим четвёртый класс.

Главная идея: место решает

Всё изменила позиционная запись.

В числе 555 три одинаковые пятёрки, но означают они разное: пятьсот, пятьдесят и пять. Значение цифры зависит от места, на котором она стоит. Это называется позиционной системой, и это одно из мощнейших изобретений в истории.

Что она даёт:

- Любое, сколь угодно большое число записывается всего десятью значками.
- Столбик работает: складывать, вычитать, умножать и делить можно по простым правилам, не понимая, что именно ты считаешь. Это можно поручить школьнику. Или машине.
- Числа становятся сравнимыми: где больше знаков — там больше число.

Идею позиционной записи вавилоняне нащупали ещё четыре тысячи лет назад. Но им не хватало одной детали.



Одна и та же цифра означает разное в зависимости от того, где стоит

Дырка, в которую всё проваливалось

Представь, что ты пишешь позиционно, но у тебя нет нуля.

Как отличить 52 от 502? Ставить пробел: 5 2. А 5002? Два пробела? А если писец поторопился и оставил один?

Именно на этом вавилоняне и спотыкались: понять, какое число имеется в виду, часто можно только по смыслу задачи. Позже они ввели значок-разделитель — но только внутри числа, и никогда в конце. То есть «пятьдесят» и «пять» по-прежнему писались одинаково.

Майя в Америке независимо придумали знак нуля для своего календаря — в виде ракушки. Индийские математики стали ставить в пустой разряд точку, а потом кружок.

Дальше был решающий шаг, и сделали его в Индии. Ноль перестал быть просто «дыркой в записи» и стал **числом**, с которым можно обращаться как с любым другим.



Индийские математики первыми стали обращаться с нулём как с обычным числом

Около 628 года математик Брахмагупта записал правила: число плюс ноль — то же число; число минус само себя — ноль; ноль, умноженный на что угодно, — ноль. Он же впервые всерьёз работал с отрицательными числами, называя их «долгами», а положительные — «имуществом».

С делением на ноль у Брахмагупты вышло неудачно: он написал, что ноль, делённый на ноль, равен нулю. Это неверно, и разбирались с этим ещё тысячу лет. Кстати, делить на ноль нельзя не из вредности учителей: если бы $5 : 0$ равнялось какому-то числу, то, умножив его обратно на ноль, мы обязаны были бы получить 5, — а любое число, умноженное на ноль, даёт ноль. Ответа просто не существует.

Ноль был вне закона

В 1299 году Флоренция запретила купцам пользоваться новыми цифрами и вести в них счета. Причина была практическая: ноль легко подделать — дорисовал петельку, и 60 превратилось в 600, а из римской VI такого не сделаешь. Купцы всё равно пользовались ими тайком, потому что считать так было несравнимо быстрее.

Долгая дорога в Европу

Индийские цифры вместе с нулём двинулись на запад.

Их подхватили арабские и персидские учёные: около 825 года Аль-Хорезми из Хорезма (это нынешний Узбекистан) написал книгу об индийском счёте. Латинский перевод её названия звучал как «Алгоритми...» — и от искажённого имени автора произошло слово **алгоритм**. От другой его книги, «Аль-джабр», пошла **алгебра**.

В Европу эти цифры привёз итальянец Леонардо Пизанский, известный как Фибоначчи. Его отец торговал в Северной Африке, мальчик научился считать по-новому у местных учителей и в 1202 году написал «Книгу абака», где на купеческих задачах показал: новый способ быстрее.

Убеждали Европу долго — лет триста. Побеждала не красота математики, а бухгалтерия: торговля росла, счетов становилось всё больше, и старый способ не справлялся.

Мы называем эти цифры «арабскими», хотя правильнее — индо-арабскими: придумали их в Индии, а арабы передали дальше. Сами арабы называли их «индийскими».

Пожить один день римлянином

1. Запиши римскими цифрами год своего рождения и свой возраст.
2. Сложи два числа: XXIV + XLVIII. Разрешено только перекладывать значки, никакого перевода в обычные числа. Долго ли?
3. Теперь возьми 20 фасолин или монеток и выложи три «желобка» на столе: единицы, десятки, сотни. Посчитай ту же сумму, перекладывая камешки и меняя десять камешков одного желобка на один камешек соседнего. Это и есть абак — и заодно объяснение, откуда в столбике берётся «единица в уме».
4. Придумай, как записать на бумаге положение камешков на доске. Если ты придумал значок для пустого желобка — поздравляю, ты только что изобрёл ноль.

Зачем всё это сегодня

Может показаться, что история цифр закончилась. Нет.

Компьютер внутри считает в двоичной системе — у него всего две цифры, 0 и 1, потому что проводу проще всего быть либо под напряжением, либо нет. Но принцип тот же самый позиционный: 1011 в двоичной — это $8 + 0 + 2 + 1$, то есть одиннадцать.

А ноль из бухгалтерского значка превратился в одно из главных понятий математики: точка отсчёта на любой оси, нулевой заряд, пустое множество. Идея, что «ничего» — это тоже величина, с которой можно работать, оказалась куда серьезнее, чем удобство записи.

Главное в трёх строчках

- Цифр десять, потому что у людей десять пальцев; там, где считали фалангами или пальцами ног, получались двенадцать и двадцать.
- Позиционная запись — идея, что значение цифры зависит от её места, — сделала возможным счёт столбиком и вычислительные машины.
- Ноль придумали дважды: сначала как значок пустого разряда, а потом, в Индии, как полноценное число, с которым можно считать.

Вопросы для размышления

- Почему на римских цифрах невозможно считать столбиком, хотя записывать ими числа вполне удобно?
- Чем «ноль как пустое место в записи» отличается от «нуля как числа»? Почему второе оказалось важнее?
- Если бы у людей было по шесть пальцев на руке, как выглядела бы таблица умножения — и изменилась бы при этом сама математика?